Radu Gologan, Ion Cicu, Alexandru Negrescu
(coordonatori)

Valeriu Gornoavă

Daniela Vlaicu

Teme Supliment Gazeta Matematică

clasa a VIII-a

(2008-2015)

Cartea Românească
EDUCAȚIONAL

CUPRINS

PARTEA I

ARITMETICĂ
TEORIA NUMERELOR

Capitolul I.1

NUMERE PRIME. NUMERE COMPUSE

1. Determinaţi numerele naturale a pentru care numărul $a^2 - 16a + 39$ este prim.

Răzvan Ceucă, elev, Iaşi **(S:E11.36)**

2. Determinaţi numerele prime p pentru care $p + 2$ şi $p^2 + 4p - 32$ sunt simultan numere prime.

Mihaela Berindeanu, Bucureşti **(S:E15.233)**

3. Arătaţi că numărul $A = 2^{2010} + 5^{2011}$ nu este număr prim.

* * * **(S:E11.175)**

4. Demonstraţi că numărul $\underbrace{999...9}_{2011\text{ cifre}} + 1\underbrace{999...9}_{1005\text{ cifre}}\underbrace{000...0}_{1005\text{ cifre}}$ este compus.

Neculai Stanciu, Buzău **(S:E14.152)**

5. Fie numerele prime a, b, c mai mari decât 3. Arătaţi că $a^{2n} + b^{2n} + c^{2n}$ este divizibil cu 3, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

Costel Drăgoi, Remeţi, Maramureş **(S:E09.276)**

6. Determinaţi numerele prime de forma $n^4 + 4$, unde n este număr natural.

Ion Pârşe **(S:E10.305)**

7. Determinaţi numerele prime a şi b ştiind că avem relaţia $5a + b = 5(132 - a^2) + 2$.

Veronica Ţucă şi *Gheorghe Ţucă*, Alexandria **(S:E12.420)**

8. Arătaţi că nu există două numere prime astfel încât suma cuburilor lor să fie egală cu cubul mediei lor aritmetice.

Ionuţ Mazâlu, Brăila **(S:E14.31)**

9. Cercetaţi dacă există numere naturale nenule x, y, z cu x, y numere prime, astfel încât $4\sqrt{x} + 5\sqrt{y} = 6\sqrt{z}$.

Constantin Nicolau, Curtea de Argeş **(S:E13.319)**

10. Fie p un număr prim. Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{p^2}.$$

Lucian Tuţulescu, Craiova **(S:E13.198)**

Capitolul I.2
DIVIZIBILITATE

1. Fie $N = 2a^2 + 3a - 7$, unde a este număr întreg. Determinaţi forma lui a pentru care N este divizibil cu 5.

Constantin Apostol, Rm. Sărat **(S:E15.33)**

2. Se consideră numărul $S = 9^k + 9^{k+1} + 9^{k+2} + ... + 9^{k+98}$, $k \in \mathbb{N}$. Găsiţi restul împărţirii numărului S la 91.

Nicolae Chiriac, Ulmeni **(S:E09.35)**

3. Arătaţi că numărul $A = n^2 + 2n - 1$ nu se divide cu 3, oricare ar fi n număr întreg.

Constantin Apostol, Rm. Sărat **(S:E13.31)**

4. Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi ecuaţia: $13x + y^2 = 2015$.

Vasile Solovăstru, Năsăud **(S:E15.195)**

5. Arătaţi că numărul $A = 550^n - 75^n - 418^n$, unde $n \in \mathbb{N}$, este divizibil cu 57.

Delia Ioana Andrei, elevă, Iaşi **(S:E09.315)**

6. Arătaţi că numărul $A = 2n^3 + n + 6$ se divide cu 3, oricare ar fi n număr întreg.

Luca Tuţă, Buzău **(S:E14.117)**

7. Se consideră numărul $n = 2^{2013} + 3^{2013} + 4^{2013}$.

a) Aflaţi restul împărţirii lui n la 5.

b) Arătaţi că $9 \mid n$.

Ionel Tudor, Călugăreni şi *Viorica Dogaru*, Oinacu, Giurgiu **(S:E14.77)**

8. Arătaţi că numărul $A = 300^n - 105^n - 286^n$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, este divizibil cu 91.

Marin Chirciu, Piteşti **(S:E10.233)**

9. Arătaţi că numărul $2010^{2011} - 2010$ este divizibil cu 2011.

George Ionescu, Bolintin Vale **(S:E10.265)**

10. Arătaţi că numărul

$$N = (n \cdot 39^n - n \cdot 20^n) \cdot (n \cdot 107^n - n \cdot 54^n + 107^n - 54^n)$$

este divizibil cu 2014, oricare ar fi n număr natural.

Gheorghe Iacob, Paşcani **(S:E15.73)**

11. Aflaţi restul împărţirii numărului $6^{7^{2013}}$ la 43.

Grigore Dumitru, Măcin **(S:E13.193)**

12. Demonstraţi că $3^{3^{2013}} + 1$ şi $3^{3^{2013}} + 10$ sunt numere prime între ele.

Ana Poştaru, Timişoara **(S:E13.157)**

Capitolul I.3

PĂTRATE PERFECTE. CUBURI PERFECTE

1. Scrieţi 60 ca pe o sumă de trei cuburi corespunzătoare la trei numere întregi diferite.

Gabriel Vrânceanu **(S:E10.353)**

2. Determinaţi două numere naturale consecutive, formate din câte trei cifre, ştiind că fiecare dintre ele este egal cu suma cuburilor cifrelor sale.

Aurel Doboşan, Lugoj **(S:E10.226)**

3. Arătaţi că numărul:

$$a=(2\underbrace{00...0}_{2009\text{ ori}})^2+(2\underbrace{00...0}_{2008\text{ ori}}1)^2+(2\underbrace{00...0}_{2009\text{ ori}})^2\cdot(2\underbrace{00...0}_{2008\text{ ori}}1)^2$$

este pătrat perfect.

Gheorghe Achim, Mizil, Prahova **(S:E09.236)**

4. Arătaţi că numărul $a = 10000000002000000000 - 1$ nu este pătrat perfect.

Camelia Vlăduţu, Bucureşti **(S:E08.98)**

5. Numerele reale x, y, z verifică relaţiile:

$$4x\sqrt{2}-3y^2+1=0,\ 6y\sqrt{3}-6z^2+18=0 \text{ şi } 12z\sqrt{6}-2x^2-68=0.$$

Arătaţi că $\frac{4x}{\sqrt{2}}+\frac{5y}{\sqrt{3}}+\frac{7z}{\sqrt{6}}$ este un număr natural, pătrat perfect.

Vasile Scurtu, Bistriţa **(S:E14.320)**

6. Determinaţi numerele naturale x astfel încât $\sqrt{x+\sqrt{x}}\in\mathbb{N}$.

Dorinel Anca, Târgovişte **(S:E09.79)**

7. Determinaţi numerele naturale n pentru care $3n + 4$ şi $5n + 1$ sunt pătrate perfecte consecutive.

D. Grigore, Măcin, Tulcea **(S:E14.75)**

8. Aflaţi toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$, în baza 10, cu $a \neq 0$ şi $c \neq 0$, astfel încât $\sqrt{\overline{abcd}}-\sqrt{\overline{cd}}=\overline{ab}$.

Alexandru Funduianu, Botoşani **(S:E13.273)**

9. Aflaţi n număr natural pentru care $\frac{\sqrt{7}+2\sqrt{n}}{2\sqrt{7}-\sqrt{n}}$ este număr întreg.

Susana Costea, Sâncel, Alba **(S:E11.295)**

10. Determinaţi numerele întregi a astfel încât numărul $a^2 - 13a + 36$ să fie pătratul unui număr întreg.

Rudi Pasici, Brăila **(S:E10.32)**

11. Determinaţi numerele naturale pătrate perfecte de forma $4n^2 - 15$, $n \in \mathbb{N}$.

Vasile Solovăstru, Năsăud **(S:E10.231)**

12. Aflaţi toate numerele naturale x pentru care $x + 2014$ este pătrat perfect, iar $x + 14$ este puterea a patra a unui număr natural.

Vasile Berghea, Avrig **(S:E14.73)**

13. Determinaţi numărul natural n care, micşorat cu 105, respectiv mărit cu 106, dă de fiecare dată câte un pătrat perfect.

Aurel Doboşan, Lugoj **(S:E14.312)**

14. Arătaţi că numerele de forma $\overline{a1}\cdot\overline{a5}+4$ sunt pătrate perfecte.

Mariana Fleancu, Câmpulung Muscel **(S:E12.374)**

15. Determinaţi numerele naturale $n < 1000$ pentru care $\sqrt{12n+9}$ este număr natural.

Vasile Chiriac, Bacău **(S:E09.274)**

16. Determinaţi $n \in \mathbb{N}$ pentru care numărul $n^4 - n^2 + 1$ este pătrat perfect.

Aurel Doboşan, Lugoj **(S:E13.156)**

17. Un număr $n = \overline{abcd}$ este pătrat perfect. Mărim cifra miilor cu 3, a sutelor cu 1, pe cea a zecilor o micşorăm cu 2, iar pe cea a unităţilor o păstrăm neschimbată şi obţinem un alt pătrat perfect. Aflaţi n.

Carmen Botea şi *Viorel Botea*, Brăila **(S:E15.271)**

18. Determinaţi $n \in \mathbb{N}$ pentru care $\sqrt{4n^2+31n+1} \in \mathbb{Q}$.

Dorel Luchian, Iaşi **(S:E09.317)**

19. Într-un triunghi dreptunghic se notează cu b şi c lungimile catetelor, cu a lungimea ipotenuzei, cu x şi y lungimile proiecţiilor catetelor pe ipotenuză, iar cu h lungimea înălţimii corespunzătoare ipotenuzei.

a) Pentru $b = 20$ cm şi c 15 cm, calculaţi a, x, y şi h.

b) Arătaţi că există o infinitate de triunghiuri dreptunghice pentru care toate valorile b, c, a, x, y şi h sunt numere naturale.

Andrei Horvat-Marc, Baia Mare **(S:E15.239)**

20. Un triplet de numere naturale nenule se numeşte pitagoric dacă suma pătratelor a două numere este egală cu pătratul celui de-al treilea. Demonstraţi că orice număr natural mai mare decât 2 se încadrează în cel puţin un astfel de triplet.

Paul Crestez, elev, Brăila **(S:E14.231)**

21. Numărul natural nenul m este asociat şirului de numere $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ dacă $a_m + a_{m-1}$ este pătrat perfect. Determinaţi mulţimea numerelor asociate:

a) şirului numerelor impare: 1, 3, 5, 7, 9, ...;

b) şirului de numere naturale: 2, 5, 8, 11, 14, ...

Marius Burtea, Alexandria **(S:E15.117)**

22. Determinaţi tripletele (x, y, z) de numere naturale nenule pentru care

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot x + 5y = z^2 + 2.$$

* * * **(S:E11.220)**

Capitolul I.4

NUMERE RAŢIONALE. NUMERE IRAŢIONALE

1. Arătaţi că $\dfrac{\sqrt{27-10\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\left(\sqrt{3}^{-2}+\sqrt{4}^{-2}\right)^{-1}}$ este număr raţional.

Marin Simion, Rm. Sărat **(S:E12.653)**

2. Determinaţi numerele raţionale x şi y ştiind că

$$16{,}5-\left(\frac{|x-1|}{\sqrt{2}}-|y^2-2|\right)^2=10\sqrt{2}.$$

Gheorghe Molea, Curtea de Argeş **(S:E14.272)**

3. Arătaţi că numărul $F=\dfrac{2010\cdot 2008^{2009}+2007\cdot 2^{2009}-3}{6021}$ este natural.

Ionel Tudor, Călugăreni şi *Dumitru Vieriu*, Dorohoi **(S:E14.151)**

4. a) Arătaţi că $\sqrt{1965}-45<0<\sqrt{1966}-44$.
b) Determinaţi semnul numărului

$$N=\left(\sqrt{2009}-1\right)\cdot\left(\sqrt{2008}-2\right)\cdot\ldots\cdot\left(\sqrt{2}-2008\right)\cdot\left(\sqrt{1}-2009\right).$$

Panait Popescu, Craiova **(S:E08.179)**

5. Fie mulţimile $A=\left\{x\in\mathbb{N}\;\middle|\;\dfrac{(x+9)(x+10)}{x+19}\in\mathbb{N}\right\}$ şi $B=\left\{\overline{ab}\;\middle|\;\overline{ab}+\overline{ba}=18\right\}$.

Determinaţi $A\cap B$.

Tudor Cristea, Alexandria **(S:E12.419)**

6. Determinaţi cea mai mică valoare a numărului natural m ştiind că fracţia $\dfrac{n+10}{2mn}$ este subunitară, $\forall\, n\in\mathbb{N}^*$.

Cătălin Năchilă, Ploieşti **(S:E08.135)**

7. Arătaţi că numărul $\sqrt{a(a+2)(a+4)(a+6)+16}$ este natural, pentru orice a număr natural.

Elisabeta Stanciu şi *Daniel Stanciu*, Beclean, Bistriţa-Năsăud **(S:E12.496)**

8. Determinaţi numerele naturale n pentru care $\dfrac{\sqrt{13}+2\sqrt{n}}{2\sqrt{13}-\sqrt{n}}$ este număr întreg.

Ioan I. Olteanu, Sibiu **(S:E12.695)**

9. Fie a, b, c, d numere întregi nenule astfel ca $\dfrac{a+b\sqrt{5}}{c+d\sqrt{5}}\in\mathbb{Q}$. Arătaţi că $abcd\geq 0$.

Petru Vlad, Sibiu **(S:E12.697)**

10. Fie x, y numere raţionale nenule. Arătaţi că, dacă $\dfrac{x\sqrt{5}+y\sqrt{3}}{y\sqrt{5}+x\sqrt{3}}$ este număr raţional, atunci $|x|=|y|$.

* * * **(S:E11.180)**

11. Fie x, y numere raționale nenule astfel încât $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2014}$. Arătați că

$$\sqrt{\left|\frac{x}{38}-53\right|\cdot\left|\frac{y}{38}-53\right|}$$

este număr natural.

Vasile Scurtu, Bistrița **(S:E14.315)**

12. Determinați numerele întregi a și b, știind că:

$$\frac{a}{\sqrt{16+8\sqrt{3}}}+\frac{b}{\sqrt{16-8\sqrt{3}}}=\sqrt{37-20\sqrt{3}}.$$

Argentina Dobrescu **(S:E10.309)**

13. Fie numerele $x=\overline{a_1a_2a_3...a_n}$ și $y=\overline{a_1a_2a_3...a_n25}$ cu $n\geq 1$, natural. Arătați că $\sqrt{y}$ este număr rațional dacă și numai dacă x este produsul a două numere naturale nenule, consecutive.

Ioan Băetu, Botoșani **(S:E10.274)**

14. Aflați numerele naturale n pentru care $\sqrt{4n^2-27}$ este număr rațional.

* * * **(S:E11.134)**

15. Determinați numerele întregi x pentru care $\sqrt{x^2-37}$ este număr natural.

Dumitru Săvulescu **(S:E10.191)**

16. Determinați numerele întregi x cu proprietatea că $\sqrt{x+2012}$ și $\sqrt{x-2012}$ sunt simultan numere naturale.

Neculai Stanciu, Buzău și *Titu Zvoranu*, Comănești **(S:E12.644)**

17. a) Găsiți $a\in\mathbb{Q}$ astfel încât:

$$\frac{1}{4n^2-1}=a\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right).$$

b) Calculați $S(n)=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+...+\frac{1}{4n^2-1}$.

c) Aflați pentru câte valori ale numărului natural n, expresia

$$E(n)=2009\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+...+\frac{1}{4n^2-1}\right)$$

este număr natural.

Liviu Smarandache, Craiova **(S:E08.178)**

18. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația

$$9x+y+6\sqrt{xy}-48\sqrt{x}-16\sqrt{y}+63=0.$$

Mariana Mitea, Cugir **(S:E11.72)**

19. Aflați mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{N}\ \middle|\ \sqrt{x-6}+\sqrt{x+11}\in\mathbb{Q}\right\}$.

Tudor Mocioi, elev, București **(S:E15.36)**

20. Aflați elementele mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{N}\ \middle|\ \sqrt{x-7}+\sqrt{x+4}\in\mathbb{Q}\right\}$.

* * * **(S:E14.275)**

21. Pentru ce valori întregi ale lui n numărul $\sqrt{\frac{4n-3}{n+7}}$ este rațional?

Vasile Ienuțaș, Baia Mare **(S:E09.43)**

22. Fie x, y, z numere raționale astfel încât

$$\frac{3x+2y}{2x+y}+\frac{3y+2z}{2y+z}+\frac{3z+2x}{2z+x}=6 \text{ și } (2x+y)(2y+z)(2z+x)\neq 0.$$

Arătați că x, y, z sunt diferite două câte două.

Vasile Scurtu, Bistrița **(S:E14.198)**

23. Arătați că numărul $\sqrt{4^{4k+2}+2^{4k+2}}$, $k \in \mathbb{N}$, este irațional.

Gheorghe Achim, Mizil **(S:E12.614)**

24. Arătați că $A = \sqrt{a^4+2a^3+2a^2+a}$ este irațional, oricare ar fi a număr natural nenul.

Ion Voicu, Răduleşti, Ialomița **(S:E15.315)**

25. Arătați că numărul $\sqrt{\frac{2009^2+a^2}{6}}$ este irațional, oricare ar fi numărul întreg a.

Dan Negulescu, Brăila **(S:E14.40)**

26. Arătați că numărul $\sqrt{n^2+5n+6}$ este irațional, pentru orice n număr natural și apoi aflați partea sa întreagă.

Nicolae Ivășchescu, Canada **(S:E15.318)**

27. Determinați numerele reale x pentru care numerele $x+\sqrt{3}$ și $x^3+5\sqrt{3}$ sunt raționale.

Cristina Maria Militaru, București **(S:E15.77)**

28. Determinați numerele iraționale x pentru care numerele $a = x^2 - 4x$ și $b = x^3 - 14x$ sunt raționale.

Constantin Bolbotină, Băile Herculane **(S:E14.355)**

29. Pentru orice număr real x, $x \neq -\frac{1}{2}$ se consideră expresia $E(x)=\frac{4x^2+3}{2x+1}$.

a) Arătați că nu există niciun număr natural nenul n pentru care $E(n)$ este număr întreg.

b) Demonstrați că $E(x) \geq 2$, $\forall\, x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

c) Arătați că există cel puțin două numere raționale distincte p și q pentru care $E(p) = E(q) \in \mathbb{Z}$.

Heidi Feil, Oțelu Roșu **(S:E14.351)**

30. Fie a și b numere naturale nenule astfel încât $[a, b] \cap \mathbb{N}$ conține exact trei numere naturale nenule, dintre care unul singur este impar. Arătați că $\sqrt{a+b}$ și $\sqrt{ab}$ sunt numere iraționale.

Florica Lazăr **(S:E10.354)**

31. Arătați că există o infinitate de valori raționale ale lui x pentru care $\sqrt{x^2-6x+10}$ este număr rațional.

Constantin Apostol, Rm. Sărat **(S:E15.152)**

Capitolul I.5
ECUAŢII ÎN NUMERE ÎNTREGI

1. Scrieţi numărul 24 ca diferenţa a două pătrate de numere întregi. Câte soluţii are problema?

Silvia Rădulescu, Alexandria **(S:E10.70)**

2. Se dă expresia:

$$E(x)=\frac{7\left[(x+3)(x+4)+3(x+2)+6\right]}{(x+5)^3-x-5},\ x\in\mathbb{R}\setminus\{-4,-5,-6\}.$$

a) Arătaţi că $(x+5)^3-x-5=(x+4)(x+5)(x+6)$.

b) Arătaţi că $E(x)=\frac{7}{x+5}$.

c) Determinaţi a număr întreg pentru care $E(a)\in\mathbb{Z}$.

Dumitru Săvulescu, Bucureşti **(S:E12.380)**

3. Arătaţi că nu există $a, b, c\in\mathbb{Z}$ astfel încât

$$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=2013.$$

Nazely Boicescu, Brăila **(S:E14.33)**

4. Arătaţi că ecuaţia

$$x^2+y^2+z^2=2015$$

nu are soluţii în mulţimea numerelor întregi.

Adriana Dragomir, Oţelu Roşu **(S:E14.356)**

5. Arătaţi că există o infinitate de perechi (a, b) de numere întregi care verifică relaţia

$$a^2+b^2-ab^2-ab+b=1.$$

I. Fota, Izbiceni, Olt **(S:E14.80)**

6. Determinaţi câte triunghiuri dreptunghice, necongruente, cu lungimile laturilor exprimate în centimetri prin numere naturale şi o latură cu lungimea 13 cm există.

Adrian Ţurcanu, Piteşti **(S:E14.277)**

7. Aflaţi numerele întregi a, b, c ştiind că

$$|a+3|+b^2+4c^2-14b-12c+55=0.$$

Constantin Apostol, Rm. Sărat **(S:E15.314)**

8. Găsiţi intersecţia mulţimilor:

$$A=\{x\mid x=a^2+4a+42,\ a\in\mathbb{N}\}\text{ şi }B=\{y\mid y=b^2+4b-18,\ b\in\mathbb{N}\}.$$

Vasile Şerdean, Gherla, Cluj **(S:E10.273)**

9. Se dau mulţimile $A=\{(x,y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\mid xy+2x-3y-1=0\}$ şi

$$B=\{(x,y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\mid 4x^2-12xy+9y^2=25\}.$$

a) Enumeraţi elementele mulţimii A.

b) Arătaţi că $A\cap B\neq\varnothing$.

* * * **(S:E11.135)**

10. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:
$$5x^2 + 2y^2 - 6xy - 4x + 2y = 0.$$
* * * **(S:E11.177)**

11. Determinați numerele întregi x pentru care $\sqrt{x^2 - 29}$ este număr natural.
Vasile Tarciniu, Odobești, Vrancea **(S:E10.73)**

12. Aflați numerele naturale $\overline{ab}$ știind că
$$\left(4\cdot\overline{ab}+5\right)\left(2\cdot\overline{ab}+1\right)=\overline{20ab}.$$
Nicolae Ivășchescu, București **(S:E15.39)**

13. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:
$$\frac{3}{x^2-6x+9}+\frac{5}{y^2-8y+16}=\frac{1}{2}.$$
Florin Antohe, Galați **(S:E15.40)**

14. Aflați numerele întregi x și y știind că:
$$2x^2 + 4y^2 - 4x - 4xy + 2 \le 0.$$
* * * **(S:E11.133)**

15. Determinați numărul întreg a astfel încât $\sqrt{5+4a}+\sqrt{5-4a}$ să fie întreg.
* * * **(S:E15.234)**

16. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:
$$x^2 + y^2 + z - 6x - 10y + 32 = 0.$$
Gheorghe Achim, Mizil, Prahova **(S:E10.72)**

17. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:
$$x^4 + (x+1)^4 = 17.$$
* * * **(S:E15.38)**

18. a) Arătați că $(2x - 3y)(3x + 5y) = 6x^2 + xy - 15y^2$.
b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:
$$6x^2 + xy - 15y^2 = 11.$$
Ioan Tebieș, Coșbuc *și Irina Opraie*, Năsăud **(S:E15.74)**

19. Aflați tripletele de numere naturale (x, y, n) pentru care
$$12xy + 9x + 4y + 3 = 12^n.$$
Liviu Petre, Târgoviște **(S:E14.156)**

20. Determinați elementele mulțimii
$$X=\left\{x\in\mathbb{Z}\ \middle|\ \sqrt{\frac{x-5}{x-7}}\in\mathbb{N}\right\}.$$
Mircea Mario Stoica, Arad **(S:E08.97)**

21. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:
$$x^2 - 6xy + 11y^2 - 4 = 0.$$
Neculai Stanciu, Buzău **(S:E10.71)**

22. Determinați numerele $\overline{ab}$ știind că raportul dintre suma pătratelor cifrelor numărului și produsul cifrelor sale este $\frac{25}{12}$.
Eugen Predoiu, Călărași **(S:E09.278)**